

Ramanujan - ein drastischer Fall kontrollierbarer „Paranormalität“

Hartmann Römer

Physikalisches Institut der Universität Freiburg

<http://omnibus.uni-freiburg.de/~hr357>

Offenburg, 14. 10. 2017

Brief an G. H. Hardy vom 16.1.1913

Sehr geehrter Herr,

darf ich mich Ihnen vorstellen als Angestellter der Hafenverwaltung von Madras mit einem Jahreseinkommen von L 20. Ich bin jetzt 23 Jahre alt. Ich habe keine abgeschlossene Universitätsausbildung, habe aber den üblichen Unterricht absolviert. Nachdem ich die Universität verlassen habe, habe ich mich in der zur Verfügung stehenden Freizeit mit Mathematik beschäftigt. Ich habe nicht den konventionellen Weg beschritten, dem man in einer Vorlesung an der Universität folgt, sondern gehe einen eigenen, neuen Weg. Ich habe spezielle Untersuchungen über divergente Reihen im Allgemeinen angestellt, und die von mir erhaltenen Ergebnisse werden von den örtlichen Mathematikern als „aufregend“ bezeichnet....

Ich bitte Sie, die beigelegten Papiere durchzusehen. Da ich arm bin, möchte ich gerne meine Sätze veröffentlichen, falls Sie überzeugt sind, dass sie einen Wert haben. Ich gebe Ihnen weder meine eigentlichen Untersuchungen noch die Ausdrücke, die ich erhalte, sondern ich habe Ihnen die Wege angedeutet, auf denen ich voranschreite. Da ich keine Erfahrung habe, wäre mir jeglicher Rat, den Sie mir geben, von höchstem Wert. Ich bitte um Entschuldigung für die Mühe, die ich Ihnen bereite.

Ich verbleibe, sehr geehrter Herr, mit vorzüglicher Hochachtung

S. Ramanujan

Hardys Reaktion nach Rücksprache mit Littlewood 1

- Brief ganz sicher der bemerkenswerteste, den ich je erhalten habe.
- Von den Sätzen, die dieser Angestellte aus Indien, von dem niemand gehört hatte, geschickt hat, hätte kein einziger in der schwierigsten Mathematikprüfung der Welt gestellt werden können.

Hardys Reaktion nach Rücksprache mit Littlewood 2

Es war mir bald klar, dass Ramanujan noch weit allgemeinere Sätze in seinem Besitz haben musste und dass er manches zurückhielt [...] [Einige Formeln] erschlugen mich regelrecht; ich hatte zuvor nichts auch nur im Entferntesten Ähnliches zu Gesicht bekommen. Ein einziger Blick darauf genügte, um zu erkennen, dass nur ein Mathematiker allerhöchsten Ranges sie niedergeschrieben haben konnte. **Sie mussten wahr sein, denn wären sie das nicht gewesen, so hätte kein Mensch die Phantasie besessen, sie zu erfinden.** Schließlich [...] musste der Verfasser absolut ehrlich sein, denn große Mathematiker sind häufiger als so unglaublich begabte Diebe und Scharlatane.

Einige von Ramanujans Formeln (im Brief c.a. 120)

$$(1.5) \int_0^{\infty} \frac{1 + \left(\frac{x}{b+1}\right)^2}{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{x}{b+2}\right)^2}{1 + \left(\frac{x}{a+1}\right)^2} \dots dx = \frac{1}{2} \pi^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(a + \frac{1}{2}) \Gamma(b+1) \Gamma(b-a + \frac{1}{2})}{\Gamma(a) \Gamma(b + \frac{1}{2}) \Gamma(b-a+1)}.$$

$$(1.6) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+r^2x^2)(1+r^4x^2)\dots} = \frac{\pi}{2(1+r+r^3+r^6+r^{10}+\dots)}.$$

$$1 + 9\left(\frac{1}{4}\right)^4 + 17\left(\frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 8}\right)^4 + 25\left(\frac{1 \cdot 5 \cdot 9}{4 \cdot 8 \cdot 12}\right)^4 + \dots = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{1}{2}} \left\{ \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right\}^2}.$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \cdot \frac{1103 + 26390n}{396^{4n}}$$

Lebensdaten Srinivasa Ramanujans 1



- 1887 geboren in Erode (Tamil Nadu), Wohnort Kumbakonam, waischnavitische Brahmanenfamilie, (Ramanujan = kleiner Bruder Ramans), Gemeindearme, Muttersprache Tamil, unscheinbarer Vater Srinivasa Aiyangar (Kontorist im Sarihandel), Mutter Komalatammal Srinivasa dominant, sehr fromm, Tempelsängerin, Familiengöttin Namagiri

Lebensdaten Ramanujans 2

1889-1894 Kanchipuram bei Madras (Chennai).

1892 Vorschule.

1894 Telugu Medium School Madras.

1894 Kumbakonam, Kangayam Primary School, bester Distriktschüler, dann Town High School, wo er als **mathematisches Wunderkind** auffiel. 1902 Auszeichnung, 1904 Abschluss, Stipendium .

1904 Stilbildende Begegnung mit George Shoobridge **Carr's Synopsis** mit 5000 Formeln ohne Beweis.

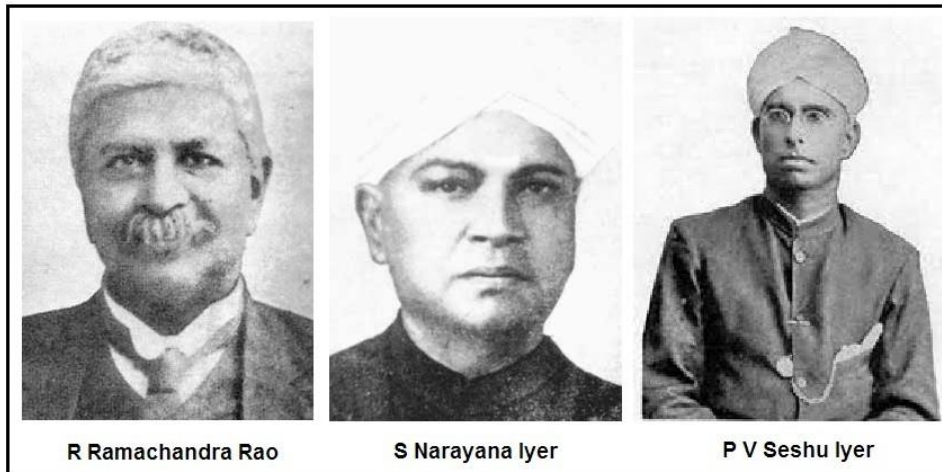
Danach einseitige Konzentration auf Mathematik, 1905 Verlust des Stipendiums, bis 1907 **mehrfaches Scheitern bei Universitätsprüfungen.**

Lebensdaten Ramanujans 3

Bis 1912 stellungslos am Existenzminimum.

Mathematische Veröffentlichungen in indischen Zeitschriften,
Notizbücher.

1909 Verheiratung mit S. Janaki Ammal (1899-1994,
unscheinbar, unterdrückt von der Schwiegermutter, nach R's Tod
Näherin).

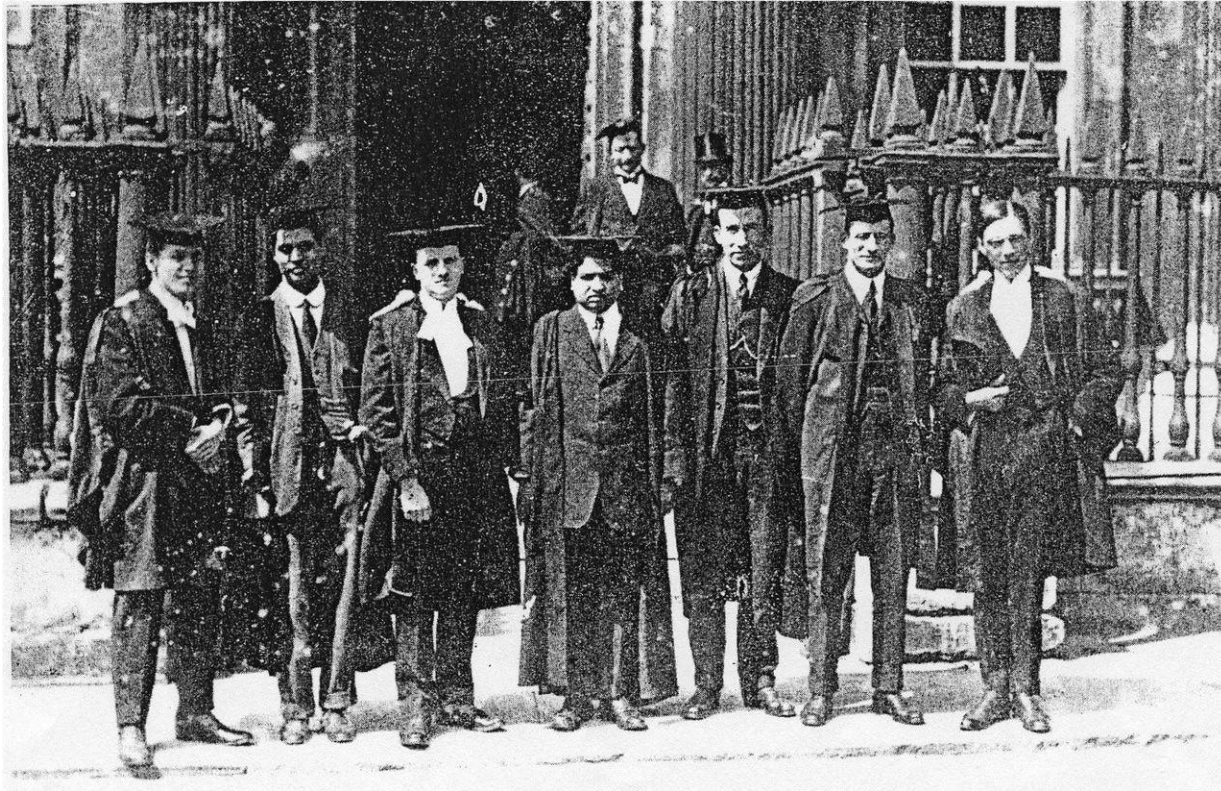


1912 durch Protektion indischer Mathematiker Anstellung
im Generalbuchhalterbüro Madras, dann Hafenamts Madras.

Lebensdaten Ramanujans 4

- 16.1.1913 Brief an Hardy, daraufhin Einladung zu Hardy nach Cambridge und zweijähriges Forschungsstipendium Madras.
- Nach Überwindung religiöser Bedenken Abreise nach England
Ankunft 18.4.1914.
- Zusammenarbeit mit Hardy und Littlewood spektakulär erfolgreich.
- 1917 Fellow London Mathematical Society.
- 1918 Fellow Cambridge Philosophical Society, Fellow Royal Society, Fellow Trinity College.
- 12.2.1919 Rückkehr nach Indien, weitere mathematische Arbeiten: “Mock-Theta-Funktionen”.
- 26.4. 1920 Tod in Madras (Tuberkulose oder Amöbenruhr).

Aufenthalt in Cambridge 1



Ramanujan

Hardy

Aufenthalt in Cambridge 2

- Behutsame Betreuung durch Hardy, der Wissenslücken Ramanujans ohne Beschädigung der Kreativität zu schließen und Verständnis für mathematische Beweisführung zu wecken suchte.
- Ramanujan war äußerst **höflich aber auch selbstbewusst, ehrgeizig und kränkbar** (Fluchttendenzen).
- **Gesundheitsprobleme** durch Klima, Schwierigkeit mit vegetarischer Ernährung, unregelmäßige Tageseinteilung.
- **Psychische Probleme**: Selbstmordversuch in der Londoner U-Bahn, Hospitalisierung. (Anekdote um $1729 = 9^3 + 10^3 = 1^3 + 12^3$.)

Partitionsformel von Hardy und Ramanujan

$3 = 1+1+1 = 1+2 = 3$, also $p(3)=3$, $p(4)=5$, aber $p(200)=3\,972\,999\,029\,388$

Ramanujan's Partition Formula

$$p(n) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{\infty} A_k(n) \sqrt{k} \cdot \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{\sqrt{n - \frac{1}{24}}} \exp \left[\frac{\pi}{k} \sqrt{\frac{2}{3} \left(n - \frac{1}{24} \right)} \right] \right)$$

where

$$A_k(n) = \sum_{0 \leq m < k, (m,k)=1} e^{\pi i (s(m,k) - 2nm/k)}$$

$$p(n) \sim \frac{1}{4n\sqrt{3}} \exp\left(\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}\right) \text{ für } n \rightarrow \infty$$

Godfrey Harold Hardy



- 1877 geboren in Cranley (Surrey) als Sohn einer intellektuell hoch ambitionierten Lehrerfamilie, **früh erkannte vielfache Höchstbegabung**.
- 1890-1896 **Winchester College**.
- 1896 -1919 Cambridge, Trinity College: 1898 "Tripos", Einfluss von C. Jordan's Cour d' Analyse, 1900 Fellow , 1906 "Docent", seit 1912 Zusammenarbeit mit **John Ensor Littlewood**, beide zusammen führende englische Mathematiker, 1914-1918 Ramanujan.
- 1919-1931 Oxford, danach wieder Cambridge, Emeritierung 1942.
- 1944 **"A Mathematician's Apology"**, 1947 Tod.

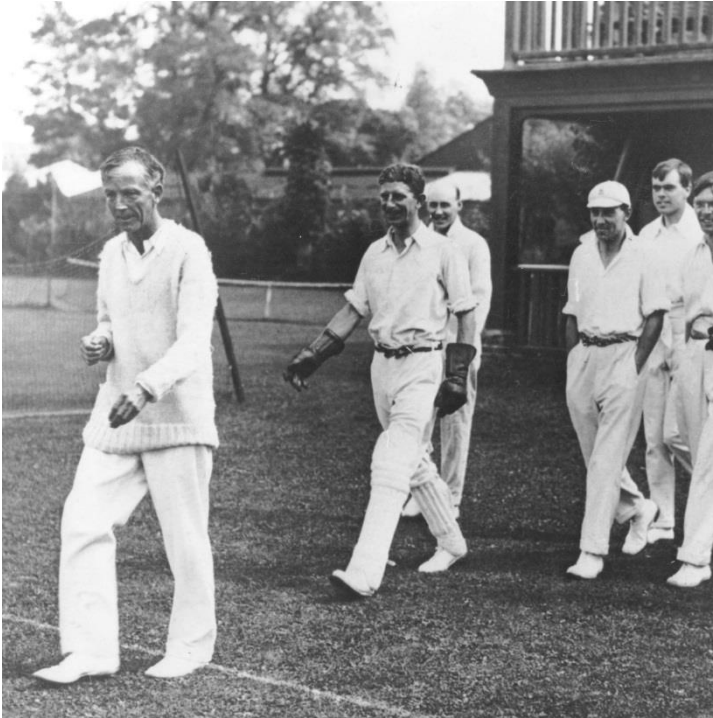
Zur Persönlichkeit Hardys 1



“Um so sitzen zu können, muss man Auf einer Public School erzogen worden sein.”

- Elitär, vielseitig brilliant, hoch kompetitiv.
- Beziehung zum Bloomsbury Kreis (Lytton Strachey, Virginia Woolf), B. Russel, C.P. Snow, J. M. Keynes.
- Rabiater Atheist, der sich weigerte, eine Kirche oder Kapelle zu betreten
- Fanatiker der Genauigkeit , Gerechtigkeit, Klarheit, und Konsequenz, Pazifist.
- Kompromisslos, Ästhet.
- Hagestolz, Schwester als einziger weiblicher Bezug. Nach Littlewood “nicht praktizierender Homosexueller”.

Zur Persönlichkeit Hardys 2



Ostentatives Expertentum für Kricket, glänzender Spieler, traumatische Zurücksetzung in Winchester. Sportlich, eifriger Tennisspieler.

Teilweise verschämt, zurückhaltend und unsicher:

- “Old brandy” als höchstes Lob.
- Konnte sein eigenes Spiegelbild nicht ertragen, Phobie vor Telephon.
- “Ramanujan eine der wenigen romantischen Affären”.
- “Habe mit Littlewood und Ramanujan zusammengearbeitet, und zwar auf einigermaßen gleicher Ebene.”

Zur Persönlichkeit Hardys 3

- Im Alter verbittert, resignativ, z.T skurril.
- 1939 Herzanfall.
- Neujahrsvorsätze 1940.
 - Beweis der Riemannsches Vermutung
 - 211 Runs im letzten Inning im letzten Testspiel auf dem Oval Cricketfield
 - Ein Argument für die Nichtexistenz Gottes, das den Mann auf der Straße überzeugt
 - Als erster den Mount Everest besteigen
 - Präsident der U.d.s.s.R, Großbritanniens und Deutschlands zu werden
 - Mussolini ermorden
- 1944 „a Mathematician's Apology“ brilliant und tief traurig.
- 1947 gescheiterter Selbstmordversuch und Tod.

Hardy und Littlewood



Nowadays there are only three really great English Mathematicians: Hardy, Littlewood and Hardy-Littlewood. (Nach Harold Bohr, Bruder von Niels Bohr, dänischer Mathematiker und Fußballspieler)

“Platonismus” bei mathematisch Begabten

- G. H. Hardy: “I believe that mathematical reality lies outside us, that our function is to discover or observe it, and that the theorems which we prove, and which we describe grandiloquently as our ‘creations’ are simply the notes of our observations.
- A. Einstein: Grundgleichungen als “Gedanken Gottes”.
- W. Pauli: „Denn nur derjenige ist für Mathematik begabt, für den diese Zeichen Symbolkraft besitzen.“

Ramanujans Platonismus

- Ramanujan als frommer und observanter Hindu sah sich eingebettet in und bestimmt von einer Welt, erfüllt von zeichen- und symbolhaften Realitäten. Mathematik als Zeichen dafür, wie die Welt zusammenhängt: “Eine Gleichung hat für mich nur einen Sinn, wenn sie einen Gedanken Gottes zum Ausdruck bringt.”
- Zu einem übermütigen Straßenbahnfahrer: “Dieser Mann bildet sich ein, die Macht zu haben, nach Belieben schnell und langsam fahren zu können. Er vergisst dabei aber, dass er seine Kraft aus dem Strom erhält, der in der Oberleitung fließt. Genauso wirkt Maya in der Welt”

Ramanujans Religiosität

- In England hielt sich Ramanujan peinlich genau und trotz größter Schwierigkeiten an seine religiösen Pflichten.
- Zwar meinte Hardy: “Religion war für Ramanujan nur eine Sache der Einhaltung von Regeln, nicht von geistiger Überzeugung. Ich erinnere mich wohl, wie er (zu meiner großen Überraschung) gesagt hat, dass ihm alle Religionen mehr oder minder gleich wahr vorkommen. Ich bin sicher, dass Ramanujan kein Mystiker war und dass die Religion (außer in einem ganz äußerlichen Sinn) keine wichtige Rolle in seinem Leben spielte.“
- Das wird aber zu Recht von C. P. Snow als Ausdruck einer eingewurzelten antireligiösen Voreingenommenheit bestritten. In Wirklichkeit wollte Ramanujan, der Hardys Einstellung kannte, nur höflich sein.

Ramanujan und Namagiri

- Vor Abreise nach England erschien Namagiri Ramanujan bei langen Tempelaufenthalt.
- Traum der Mutter, in dem Namagiri den Weg zur Abreise über das Meer freigab.
- Ramanujan: “While asleep, I had an unusual experience. There was a red screen formed by flowing blood, as it were. I was observing it. Suddenly a hand began to write on the screen. I became all attention. That hand wrote a number of elliptic integrals. They stuck to my mind. As soon as I woke up, I committed them to writing”. (Blut als Zeichen der Anwesenheit Namagiris.)

Zeichen und Omina

- Ramanujan deutete einen Traum eines Kameraden als Vorhersage eines Todesfalls auf der Straße hinter ihrem Haus, und hatte damit Recht.
- Nach einem Traum Warnung an Familie eines kranken Jungen, diesen in ein anderes Haus zu verlegen. „Der Tod eines Menschen kann nur in einem bestimmten Raum-Zeit Punkt eintreten.“
- Auch vor der Abreise nach England astrologische Befragung nach günstigen Zeiten für kultische Handlungen.
- Aus Handlinien Vorhersage des eigenen Todes vor den 35. Lebensjahr.

Ramanujan als Seher

- Auch in Cambridge hat Ramanujan **nie ein wirkliches Verständnis** dafür entwickelt, was ein mathematischer Beweis ist. Er “sah” seine Ergebnisse unmittelbar. Hilflös bei Bitten um nähere Erklärungen.
- Bruce Berndt: „Ich verstehe immer noch nicht alles. Es kann sein, dass ich etwas beweisen kann, aber ich weiß nicht, woher es kommt und wie es mit der übrigen Mathematik zusammenhängt. **Das Rätsel um Ramanujans Schöpfungsprozess ist immer noch von einem Vorhang verhüllt, der fast nicht aufgezogen ist.** ...Die Schönheit und Einzigartigkeit seiner Ergebnisse ist vollkommen unheimlich.“
- J.E. Littlewood (zu den Mock-Theta-Funktionen): „**Der Schluss scheint unausweichlich, dass die Entdeckung der richtigen Form ein einziger Blitz der Einsicht war.**“

Ramanujans Irrtümer

- Gerade gelegentliche Irrtümer Ramanujans lassen erkennen, aus welchen Tiefen seine Visionen kamen.
- G. H. Hardy: „Und doch bin ich nicht sicher, dass in einem gewissen Sinn sein Versagen nicht wunderbarer gewesen ist als alle seine Triumphe.“
- Ein Beispiel dazu:

Ramanujan und die Zeta-Funktion 1

Eine von Ramanujans Formeln:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots = -1/12$$

Riemannsches Zeta-Funktion

$$\zeta(s) = 1^{-s} + 2^{-s} + 3^{-s} + 4^{-s} + \dots$$

Diese ist als analytische Funktion fortsetzbar ,
und in der Tat ist $\zeta(-1) = -1/12$. Ramanujan
kannte keine Funktionentheorie. **Riemannsches
Vermutung: Die nicht-trivialen Nullstellen der
Zetafunktion haben den Realteil $1/2$.**

Ramanujan und die Zeta-Funktion

- Es ist bekannt, dass die Zetafunktion entscheidende Information über die Anzahl $\pi(n)$ der Primzahlen unterhalb der Schranke n enthält.
- Ramanujan gab eine Formel für $\pi(n)$, die sehr genau, aber, wie Hardy erkannte nicht ganz richtig ist. Aus Ramanujans Formel geht hervor, dass er die Funktionalgleichung der Zeta-Funktion trotz seiner Unkenntnis der Funktionentheorie kannte und die Bedeutung ihrer Nullstellen für $\pi(n)$ sah. Er übersah lediglich ihre nicht-trivialen Nullstellen.

“Paranormalität” Ramanujans

- Seine Leistungen entziehen sich jeder Erklärung in dem akzeptierten szientistischen Denkraum. Sie sind insofern als paranormal zu bezeichnen, aber mit der zusätzlichen Qualifikation der Wahrheitsdefinitheit.
- Die Visionen fielen Ramanujan nicht in den Schoß, sondern waren nur durch völlige Hingabe bis zu Monomanie und rastlose Gedankenarbeit möglich.
- Ramanujans Resultate bleiben aktuell. Ihre Bedeutsamkeit z. B. für die Teilchenphysik beginnt erst aufzuleuchten. Viele Resultate erst viel später verstanden, z.B. Motivation der Mock-Theta-Funktionen erst 2008 am MPI Bonn.

Parallelen zu Ramanujan

- Littlewood: Ramanujan “mindestens ein Jacobi.”
- Hardy: “Ich kann ihn nur mit Euler und Jacobi vergleichen.”



Leonhard Euler
1707-1783



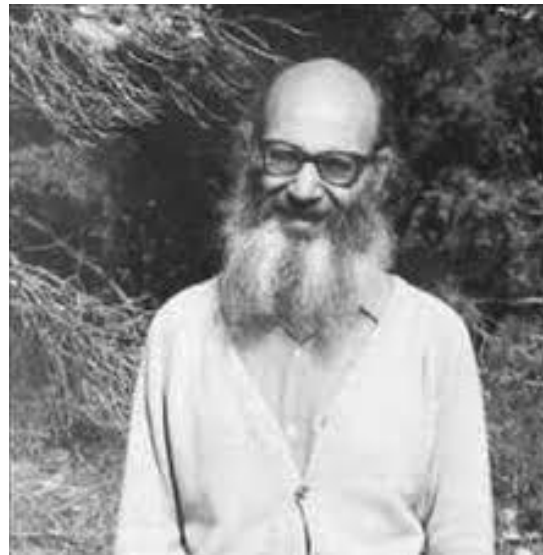
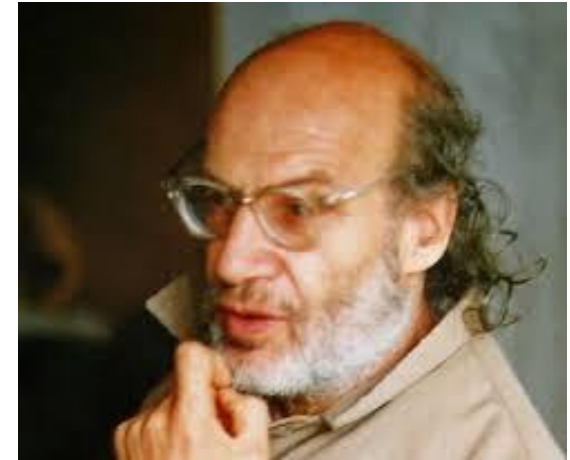
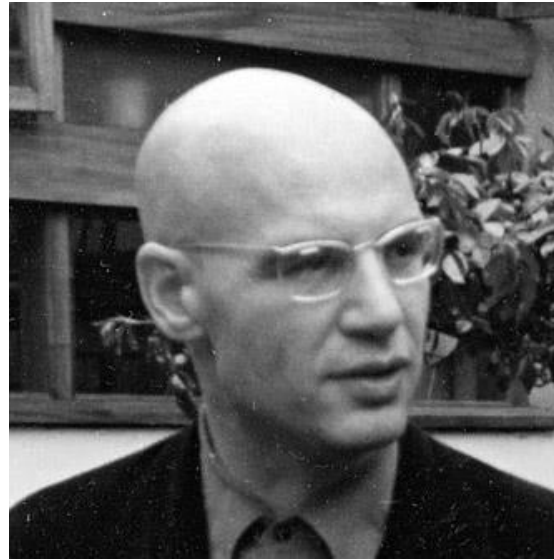
Carl Gustav Jacobi
1804-1851

Zwei Mathematikergiganten des 18. und 19. Jahrhunderts. Wie Ramanujan unglaublicher Spürsinn und Virtuosität in der Manipulation algebraischer Ausdrücke. Aber regulär ausgebildet. Resultate übertreffen an Bedeutung sogar Ramanujan.
Jacobische Theta-Funktionen Schwerpunkt von Ramanujans Arbeit.

“Schatzsucher” vs. “Kathedralenbauer”

- Ramanujan war, wie Euler, Jacobi und auch Hardy, ein **Mathematiker vom alten Typ des 18. und 19. Jahrhunderts**, ein **“Schatzsucher”**, der Formeln und Identitäten fand. Seine Resultate sind wie Pfänder, die die Realität seiner Traumreisen belegen oder wie Muscheln aus seinen tiefen Tauchgängen.
- Womöglich noch höher schätzt man heute **“Kathedralenbauer”**, die ganze Theorien neu entdecken und entwickeln. Beispiele sind **Euklid** (4./3. Jhd v. C.), **Carl Friedrich Gauß** (1777-1855), **Bernhard Riemann** (1826-1866), **David Hilbert** (1862-1943).
- Ein besonders erstaunliches Beispiel aus neuerer Zeit ist **Alexander Grothendieck**.

Alexander Grothendieck (1928-2014)



Eltern und Pflegeeltern



- Vater **Alexander Schapiro** (1890-1942) **russisch-jüdischer Anarchist**, vom Zarenregime und von den Bolschewisten zum Tode verurteilt, gefangen gehalten, über Paris 1926 nach Berlin, 1933 Frankreich, auf anarcho-syndikalistischer Seite im spanischen Bürgerkrieg, 1939 in Frankreich interniert, **1942 Auslieferung und Tod in Auschwitz**.
- Mutter **Hanka Grothendieck** (1900-1957), Hamburgerin, **Anarchistin, Feministin**, schriftstellerisch ambitioniert, Berlin, 1933 zu Schapiro nach Frankreich, Spanien, 1939-1944 interniert.
- **Wilhelm Heydorn**: 1933-1939 Pflegevater in Hamburg, Ex-Theologe , ab 1913 Monistenbund, entschiedener Nazi-Gegner.
- **Entscheidende Einflüsse auf politische Einstellung und kompromisslose Lebensführung.**

Wissenschaftlicher Werdegang

- 1942 bis zum Baccalaureat 1945 Schulbesuch in Le Chambon-sur-Lignon, 1945- 1948 **Mathematik- (Selbst-) Studium in Montpellier.**
- Paris, danach bis 1953 bei Laurent Schwartz in Nancy, **Topologische Vektorräume, Genialität wurde sichtbar (Lösung von 14 Problemen).** Danach bis 1956 São Paulo, Kansas.
- Ab 1955 **Übergang zur Algebraischen Geometrie, 1957 Verallgemeinerung des Theorems von Hirzebruch-Riemann-Roch, 1959-1970 am IHES in Bur-Sur Yvette, 1966 Fields-Medaille.**
- Seit 1970 **allmählicher Rückzug** aus der Forschung, aus der Mathematik (nur noch Montpellier, CNRS), von der Familie und von den Menschen, zunächst hohe politische Aktivität, später aufgegeben, dann nach 1991 **Einsiedlerleben.**

Innere Entwicklung



- “1968er”, ökologisch bewegt, Friedensaktivist, 1967 Vietnam, später Gruppe “survivre et vivre”.
- **Zunächst Atheist**, in den siebziger Jahren Hinneigung zum Buddhismus, etwa ab 1980 **mystisches Christentum**.
- **Züge religiösen Wahns**: 45 tägiges Fasten, “Tag der Wahrheit” 14.10.1996, Identifikation mit stigmatisierter Nonne Marthe Robin, Heydorn als Wiedergeburt Christi, rührende Reise nach Hamburg. **Viele tausend Seiten “Meditationen”** .

Grothendieck als Forscherpersönlichkeit

- Sicher einer der ganz großen Mathematiker der 2. Hälfte des 20. Jhds.
- **Kathedralenbauer** im höchsten Sinne, strebte immer größtmögliche Abstraktheit und Allgemeinheit an. Verachtung von Beispielen. “Schemata”:
Verschmelzung von Algebraischer Geometrie und Algebraischer Zahlentheorie.
- Glaubte, dass math. Beweise nicht mit “Gewalt” geführt werden dürften, sondern sich nach Einnahme eines genügend hohen und allgemeinen Standpunktes ganz von selbst ergeben. Das ist ihm oft gelungen. Glaube an den “Träumer” im Menschen.

Mathematische Kreativität

- Zugriff auf bisher unzugängliche Zusammenhänge.
- Dazu **Begabung und kompromisslose Hingabe** nötig.
- “**Stufenhöhe**” misst Größe der Leistung, teils subjektiv.
- Normaler Beweis: **Zerlegung in kleine (nahezu) triviale Schritte**, nachvollziehbar, Genialität liegt in der Beweisidee.
- Ramanujan: **Ein hoher Sprung**, nicht nachvollziehbar.
- Grothendieck: **Verringerung der Stufenhöhe durch Einnahme der richtigen Sichtweise**, die vermittelbar ist. (Ramanujans Tau-Vermutung als Verbindung zu Grothendieck)

Schöpfertum

- Offenbarung von Welt durch “Inkarnation” in menschliche Existenz- und Erkenntnisformen. Hierbei große **Persönlichkeits- und Kulturabhängigkeit**.
- Auch hierbei **Begabung und Hingabe entscheidend**.
- **Der Inkarnationsvorgang bleibt** in traditionellen Schemata **letztlich rätselhaft und “paranormal”**.
- **Nur Quantitätsunterschied zu kleinem Schöpfertum**. Insofern hatte Hardy recht mit seiner Behauptung, dass Ramanujan nicht völlig anders sei als andere Mathematiker.
- Mathematische (und naturwissenschaftliche) Kreativität hat den Vorteil der **Wahrheitsdefinitheit und Nachprüfbarkeit**.

(Mathematische) Kreativität als würdiger Gegenstand der Anomalieforschung

- Aufleuchten von Weltzusammenhängen als nicht nur kausales Ereignis.
- Schöpferium kommt wahrscheinlich dem Kern der anomalistischen Erscheinungen nahe.
- Vorteil der Kontrollierbarkeit im Gegensatz etwa zu künstlerischer Kreativität und vielen paranormalen Erscheinungen, bei denen mehr in Vagen bleibt.
- Geringere Persönlichkeits- und Kulturabhängigkeit.
- Erfreulicher Gegenstand ohne die häufig abstoßenden Züge paranormaler Phänomene.